



UPPSALA
UNIVERSITET

Markov-modeller

Joakim Nivre

Uppsala universitet
Institutionen för lingvistik och filologi



UPPSALA
UNIVERSITET

Översikt

Markov-kedjor (MC):

- Automater med övergångssannolikheter
- Sannolikheter för stigar
- Språkmodellering

Markov-modeller (HMM):

- Automater med emissionssannolikheter
- Sannolikheter för stigar och strängar
- Sekvenstagning
- Problem och algoritmer för HMM

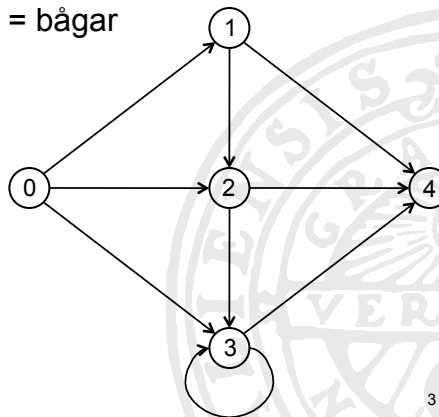


Finis automat

Riktad graf:

- Tillstånd = noder
- Övergångar = bågar

	0	1	2	3	4
0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1
2	0	0	0	1	1
3	0	0	0	1	1
4	0	0	0	0	0



3

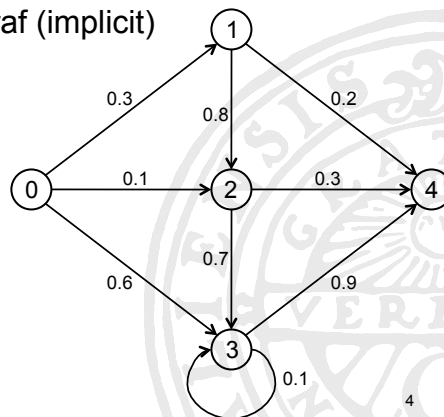


Markov-kedja

Grannmatrix \rightarrow sannolikhetsmatrix

- Bågar märkta med sannolikheter
- Fullständig graf (implicit)

	0	1	2	3	4
0	0	0.3	0.1	0.6	0
1	0	0	0.8	0	0.2
2	0	0	0	0.7	0.3
3	0	0	0	0.1	0.9
4	0	0	0	0	0



4



Övergångssannolikheter

Sannolikhet för övergång $q_i \rightarrow q_j$:

$$P(q_j | q_i)$$

För varje övergång $q_i \rightarrow q_j$ gäller:

$$0 \leq P(q_j | q_i) \leq 1$$

För varje tillstånd q_i gäller:

$$\sum_{j=1}^N P(q_j | q_i) = 1$$



Markov-antaganden

Nödvändigt antagande:

- Sannolikheten för en övergång är endast beroende av det senaste tillståndet
- Varför är detta nödvändigt?

Konsekvens:

- Sannolikheten för en stig:

$$P(q_0, \dots, q_T) = \prod_{i=1}^T P(q_i | q_{i-1})$$

- Varför är detta en konsekvens?



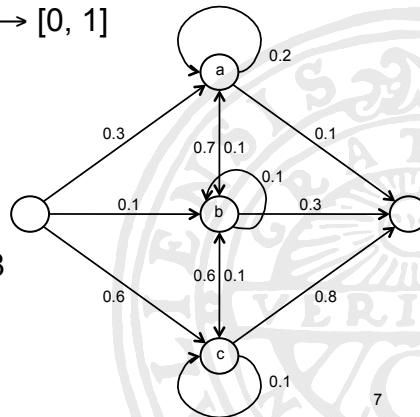
Språkmodellering

Språkmodell:

- Sannolikheter för strängar i ett språk
- Funktion $f : \Sigma^* \rightarrow [0, 1]$
- N-gram-modell

Exempel:

- $P(a) = 0.03$
- $P(ab) = 0.063$
- $P(abc) = 0.1008$
- $P(acb) = 0$



7

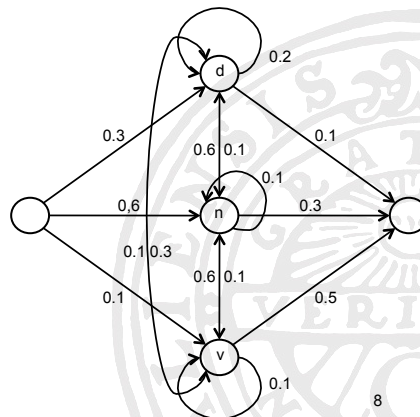


Markov-modell

Tillstånd genererar symboler:

- Emissionssannolikheter

	alla	fiskar	hajar
d	1.0	0	0
n	0.2	0.5	0.3
v	0	0.8	0.2



8



Emissionssannolikheter

Sannolikhet för symbol o i tillstånd q :

$$P(o|q)$$

För varje par o och q gäller:

$$0 \leq P(o|q) \leq 1$$

För varje tillstånd q gäller:

$$\sum_{i=1}^M P(o_i|q) = 1$$



Markov-antaganden

Nödvändigt antagande:

- Sannolikheten för en symbol är endast beroende av det aktuella tillståndet
- Varför är detta nödvändigt?

Konsekvens:

- Sannolikheten för en stig och en sträng:

$$P(q_0, \dots, q_T, o_1, \dots, o_{T-1}) = \prod_{i=1}^T P(q_i | q_{i-1}) \prod_{i=1}^{T-1} P(o_i | q_i)$$

- Varför är detta en konsekvens?



Stigar och strängar

Sannolikheten för en stig:

$$P(q_0, \dots, q_T) = \prod_{i=1}^T P(q_i | q_{i-1})$$

Sannolikheten för en stig och en sträng:

$$P(q_0, \dots, q_T, o_1, \dots, o_{T-1}) = \prod_{i=1}^T P(q_i | q_{i-1}) \prod_{i=1}^{T-1} P(o_i | q_i)$$

Sannolikheten för en sträng:

$$P(o_1, \dots, o_{T-1}) = \sum_{q_0, \dots, q_T} P(q_0, \dots, q_T, o_1, \dots, o_{T-1})$$



Sekvenstagging

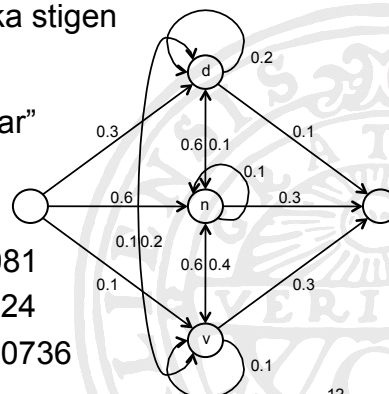
	alla	fiskar	hajar
d	1.0	0	0
n	0.2	0.5	0.3
v	0	0.8	0.2

Sekvenstagging:

- Sannolikheter för stigar för en sträng
- Finn mest sannolika stigen

Exempel:

- $\omega = \text{"alla fiskar hajar"}$
- $P(\omega, d, n, n) = 0.00081$
- $P(\omega, d, n, v) = 0.00324$
- $P(\omega, n, v, n) = 0.0020736$





Hidden Markov Model (HMM)

Dolda tillstånd:

- En och samma symbol kan genereras av flera olika tillstånd
- En och samma sträng kan genereras av flera olika tillståndssekvenser (stigar)

Modellering av flertydighet:

- Tillstånd representerar dold struktur
- Symboler representerar synlig struktur



Problem för HMM

Sannolikhet:

- Beräkna sannolikheten för en sträng ω i en given modell M .

Avkodning (taggning):

- Beräkna den mest sannolika stigen för en sträng ω i en given modell M .

Inläring:

- Beräkna sannolikheterna för en modell M givet modellens tillstånd och en sträng ω .



Algoritmer för HMM

Sannolikhet:

- Summera sannolikheten för alla möjliga stigar för en sträng ω i en given modell M .

Avkodning (taggning):

- Maximera sannolikheten bland alla möjliga stigar för en sträng ω i en given modell M .

Problem:

- I en modell med m tillstånd finns det m^n möjliga stigar för en sträng av längd n .

15



Algoritmer för HMM

Dynamisk programmering:

- Utnyttja Markov-antaganden
- Spara delresultat

Sannolikhet:

- Forward-algoritmen
- Backward-algoritmen

Avkodning:

- Viterbi-algoritmen

16



UPPSALA
UNIVERSITET

Övningar

Jurafsky & Martin:

- [Övning 6.1, 6.2 \(utan implementation\)](#)



17